

සියලු ම නිමකම් ඇවිරිණි.



ආනන්ද විද්‍යාලය කොළඹ 10

10 S I

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2019 ජුනි
අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Maths I

13 ශ්‍රේණිය

පැය තුනයි
Three hours

නම :

උපදෙස් :

- * මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11-17)
- * A කොටස
සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- * B කොටස
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- * නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස, B කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I

කොටස	ප්‍රශ්න අංක	ලැබූ ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිගතය	

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ:	1
	2
අධීක්ෂණය	

A කොටස

සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.

01. ගණිත අභ්‍යාසන මූලධර්මය භාවිතයෙන් සියලු n ධන නිඛිල සඳහා

$2.3 + 3.4 + 4.5 + 5.6 + \dots + (n+1)(n+2) < \frac{n}{3}(n^2 + 6n + 13)$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි $n \in \mathbb{Z}^+$

02. $a < b < c < d$ වන පරිදි a, b, c, d තාත්වික නියත වූ $\frac{(x-a)(x-b)(x-c)}{(x-d)} \leq 0$ අසමානතාවයේ විසඳුම් කුලකය සොයන්න.

03. $\text{Arg}(Z - 2 + 4\sqrt{3}i) = \frac{2\pi}{3}$ වන සේ විචලනය වන $P(Z)$ ලක්ෂ්‍යයේ පථය සොයන්න. $|z|$ හි අවම අගය සොයන්න.

04. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{\cos(\sin^{-1} x) - x}{1 - \cot(\cos^{-1} x)}$ නිර්ණය කරන්න.

P ලක්ෂයේ බණ්ඩාංක සොයන්න. P හිදී අදිනු ලබන අභිලම්භයේ සමීකරණය සොයන්න.

06. $y = 2x - \tan^{-1} x$ වේ. $\frac{dy}{dx}$ සොයා එනමින් $\int \frac{2+3x^2}{1+x^2} dx$ සොයන්න.

07. $y = e^x$ වක්‍රයෙන්ද, $y = 1$ රේඛාවෙන්ද, $x = 5$ රේඛාවෙන්ද ආවෘත වන වර්ගඵලය s යයි ගනිමු.

x අක්ෂය වටා රේඛීය 2π චලිත s භ්‍රමණය කිරීමෙන් ජනනය වන ඝන වස්තුවේ පරිමාව $\frac{\pi}{2} [e^{10} - 11]$ ඝන ඒකක බව පෙන්වන්න.

08. $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$ හා $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ හි ඡේදන ලක්ෂ්‍ය $x - y = 0$ සරල රේඛාව මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය 2019 අගෝස්තු

13 ശ്രേණිය

ප්‍රශ්න පහකට පමණක් විලිතුරු සපයන්න.

- $(2\alpha - \delta)$ හා $(2\gamma - \beta)$ මූල ලେස ඇති වර්ගජ සමීකරණය

$$64x^2 - 16(5m - n)x - (11m^2 - 62mn + 35n^2) = 0 \quad \text{බව පෙන්වන්න.}$$

- $f(y)$ ව ගත ඇති අවම අගය n ඇසුරින් සොයන්න.

නිවැරදි අක්ෂර නම් සාරම්භික $f(y)$ හි දළ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

- (b) $f(x)$ වර්ගජ බහුපදයකි. $(2x+1)$ එහි සාධකයක් වේ. $(2x-1)$ න් හා $(2x-5)$ න් බෙදූ විට ශේෂයන් පිළිවෙලින් -3 හා 3 වේ. $f(x)$, හතරවන බලයේ බහු පදයක් වන $g(x)$ හි සාධකයකි. $g(x)$ බහු පදයේ ඉතිරි සාධකය පුනරාවර්තන සාධකයකි. $g(x)$, $(x+1)^2$ මගින් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය $-4(10x+7)$ වේ. $g(x)$ ට ලබාගත හැකි සියළුම බහු පද සොයන්න.

12. (a) $\left(px^2 + \frac{1}{qx}\right)^{11}$ ප්‍රසාරණයේ x^{-7} හි සංගුණකය හා $\left(\frac{px}{qx^2} - \frac{1}{qx^2}\right)^{11}$ ප්‍රසාරණයේ x^{-7} සංගුණකය සමාන

ඉ. $pq = 1$ බව පෙන්වන්න.

- (b) එමෙන් ආරක්ෂක තත්වය අනුව පාසලක ආරක්ෂක කමිටුවක් පිහිටුවීම සඳහා කණ්ඩායම් තුනකින් යුත් සංවිනයක් නම් කර ඇත.

I කණ්ඩායම :- විද්‍යාලපතිතුමා ඇතුළු ගුරුවරු 5 කි.

II කණ්ඩායම :- දෙමාපියන් 7 කි.

III කණ්ඩායම :- ප්‍රධාන ශිෂ්‍ය නායක ඇතුළු නායකයන් 6 කි.

ද්‍රව්‍ය සංවිතයෙන් I කණ්ඩායමෙන් විදේශෙන් ද,

II කණ්ඩායමෙන් සිව් දෙනෙක් ද,

III කණ්ඩායමෙන් තිදෙනෙක් ද,

ලෙස ආරක්ෂක කමිටුව සඳහා පුද්ගලයන් 10 දෙනෙක් තෝරා ගනියි. මෙම කමිටුවේ ප්‍රධානියා ලෙස විදගල්පතිතුමා ද, උප ප්‍රධානියා ලෙස දෙමාපියන්ගෙන් කෙනෙක් ද නම් කර ඇත. ප්‍රධාන ගිණු ප්‍රධානියා ද කමිටුවේ සාමාජිකයෙකි.

- (I) කම්බුව තෝරාගත හැකි ආකාර ගණන කීයද?

- (II) එක් විශේෂ ගුරුවරයෙක් හා උප ප්‍රධානියා නොවන එක් විශේෂ දෙමාපියෙක් එක්ව කටයුතු කිරීමට අනමැති වේ. දෙදෙනාගෙන් එක් අයකු පමණක් ඇතුළත් වන සේ කමිටුව තෝරාගත නැති ආකාර ගණන සොයන්න.

(c) $\frac{12}{1.3.4} + \frac{18}{2.4.5} + \frac{24}{3.5.6} + \dots$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය U_r ලියන්න. ($r \in \mathbb{Z}^+$)

$(r+3) U_r + r f(r) = (r+3) \left\{ f(r) - \frac{(12r+15)}{(r+1)(r+2)(r+3)} \right\}$ වන පරිදි වූ $f(r)$ සොයන්න.

අන්තරාසන්නය භාවිතයෙන් $\sum_{r=1}^n U_r = \frac{17}{6} - \frac{(6n^2 + 21n + 17)}{(n+1)(n+2)(n+3)}$ බව පෙන්වන්න.

මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරී වන බව පෙන්වා $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපෝභනය කරන්න.

13. (a) (i) $\begin{pmatrix} 1 & -\tan \theta \\ \tan \theta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \tan \theta \\ -\tan \theta & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු. මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ.

$a = \cos 2\theta$ සහ $b = \sin 2\theta$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $A = \begin{pmatrix} -6 & -9 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ නම් $|A - kI|$ නිශ්චායකය $ak^2 + bk + c$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

තවද $aA^2 + bA + cI$ මගින් දක්වෙන න්‍යාසය සොයන්න.

මෙහි I යනු ගණය 2×2 වූ ඒකක න්‍යාසයකි.

(b) ධන නිඛිලයක් දර්ශකයක් සඳහා වූ, ද මූලාවර් ප්‍රමේයය, ප්‍රකාශ කරන්න.

$z = \cos \theta + i \sin \theta$ ලෙස ගනිමින් හා ඉහත ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්,

(i) $\frac{z^{2n} - 1}{z^{2n} + 1} = i \tan n\theta$ බව පෙන්වන්න.

සුළු කරන්න.

(ii)
$$\frac{\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)^5 \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)^3}{\left(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4} \right)^2}$$

(c) ω යනු $Z^3 - 1 = 0$ සමීකරණයෙහි සංකීර්ණ මූලයක් නම් ω^2 අනෙක් සංකීර්ණ මූලය බව පෙන්වා $1 + \omega + \omega^2 = 0$ බව පෙන්වන්න.

$(a+b)^3 + (a\omega + b\omega^2)^3 + (a\omega^2 + b\omega)^3 = 3(a^3 + b^3)$ බව පෙන්වන්න.

14. (i) $x = \cot(kt)$, $y = e^{\operatorname{cosec}(kt)}$; $k \in \mathbb{R}$ නම් $(1+x^2) \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - \sqrt{1+x^2} \left(x \frac{dy}{dx} + y \right) = 0$.

බව පෙන්වන්න.

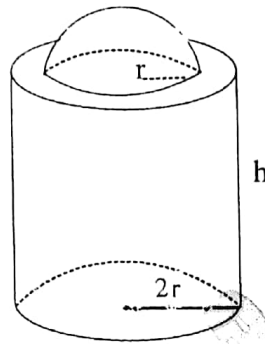
(ii) $x \neq 1$ සඳහා $y = \frac{x-2}{(x-1)^2}$ යැයි ගනිමු.

දෙවැනි අවකලන සංගුණකය භාවිතයෙන් සුදුසු ප්‍රාන්තරවලදී වක්‍රයේ අවකල ස්වභාවය දක්වන්න.

අදිනු ලබන වක්‍රයෙහි නවී වර්තනයක් පවතින්නේ කුමන ලක්ෂ්‍යයේදී දැයි හේතු සහිතව දක්වන්න. එනමින් ශ්‍රිතයේ දළ සටහන ඇඳ දක්වන්න.

තවද $(x-4)(x-1)^2 - 2(x-2) = 0$ හි විසඳුම් ගණන අපෝභනය කරන්න.

(iii)



රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ මංජුසාවක් තුනී තහඩුවලින් නිර්මාණය කිරීමට අපේක්ෂා කෙරේ. එහි ඉහළ කොටස කුහර අර්ධ ගෝලයකි. පහළ කොටස කුහර සිලින්ඩරයකි. අර්ධ ගෝලය හා සිලින්ඩරය යා කෙරෙන කොටසේ පොදු තල පෘෂ්ඨය ඉවත් කර කුහර දෙක යා වෙන සේ පවතී. මෙම

මංජුසාවේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක A වූ නියතයකි, මෙහි $3r < \sqrt{\frac{A}{\pi}}$ බව පෙන්වා මංජුසාවේ පරිමාව උපරිම වන පරිදි තැනීමට ගතයුතු r හා h හි අගයන් සොයන්න.

$$(iv) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(a+1)x + \sin x}{x} & , x < 0 \text{ සඳහා} \\ C & ; x = 0 \text{ සඳහා} \\ \frac{(x+bx^2)^{1/2} - x^{1/2}}{bx^{3/2}} & ; x > 0 \text{ සඳහා} \end{cases}$$

වන පරිදි $f(x)$ ශ්‍රිතයක් අර්ථ දැක්වේ. $a, b, c, \in \mathbb{R}$ $x=0$ දී ශ්‍රිතය සන්තතික වන පරිදි a, b හා c නියත සොයන්න.

15. (a) $x \neq 1, 2, \quad \frac{1}{(x-2)(x-1)^3} = \frac{k}{x-2} + \frac{F(x)}{(x-1)^3}$ වන සේ k නියතයක් සහ x හි ශ්‍රිතයක් වන $F(x)$ සොයන්න.

$(x-1)$ හි බහු පදයක් ලෙස $F(x)$ ප්‍රකාශ කරන්න. එනමින් $\int \frac{3 \cos x}{(\sin x - 2)(\sin x - 1)^3} dx$ සොයන්න.

(b) $\int e^{\frac{-x}{2}} \frac{\sqrt{1 - \sin x}}{(1 + \cos x)} dx$ කොටස් වශයෙන් අනුකලනය කරන්න.

- (c) $\sin x + \cos x = R \cos(x - \alpha)$ වන පරිදි $R(>0)$ හා α නියත සොයන්න. එනමින් හෝ අන් ක්‍රමයකින්,

$$\int_0^{\pi/2} \frac{1 \, dx}{1 + 2 \sin x \cos x} = 1 \quad \text{බව පෙන්වන්න. ඉහත ප්‍රතිඵල යොදා ගනිමින්,}$$

(i) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x \, dx}{(\sin x + \cos x)^2} = 1/2$

(ii) $\int_0^{\pi/2} \frac{x}{(\sin x + \cos x)^2} dx = \pi/4$ බව සාධනය කරන්න.

16. (a) $r = 1, 2, 3$ සඳහා $U_r \equiv a_r x + b_r y + c_r = 0$ මගින් සරල රේඛා පද්ධතියක් අර්ථ දක්වා ඇත. $U_1 = 0$ සහ $U_2 = 0$ සරල රේඛා දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ ගමන් කරන ඕනෑම සරල රේඛාවක සමීකරණය $U_1 + \lambda U_2 = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව සාධනය කරන්න. මෙහි λ යනු තාත්වික පරාමිතියකි. එනමින් $U_1 = 0$ සහ $U_2 = 0$ සරල රේඛාවල, ඡේදන ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ ගමන් කරමින් $U_3 = 0$ සරල රේඛාව හා ලම්භක වන සරල රේඛාවද, ඉහත ඡේදන ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ ගමන් කරමින් $U_3 = 0$

සරල රේඛාව හා සමාන්තර වන සරල රේඛාවද, පිළිවෙළින් $\frac{U_1}{a_1 a_3 + b_1 b_3} = \frac{U_2}{a_2 a_3 + b_2 b_3}$ සහ

$$\frac{U_1}{a_3 b_1 - a_1 b_3} = \frac{U_2}{a_3 b_2 - a_2 b_3} \text{ බව සාධනය කරන්න.}$$

- (b) $U_1 \equiv 3x + y - 2 = 0$ සහ $U_2 \equiv -2x + y + 3 = 0$ සරල රේඛා දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ යමින් $U_3 \equiv x + y + 10 = 0$ සරල රේඛාව ලම්භකව ඡේදනය වන සරල රේඛාව $\ell_1 \equiv 0$ ද, එම ඡේදන ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ යමින් $U_3 = 0$ සරල රේඛාව සමඟ සමාන්තර වන සරල රේඛාව $\ell_2 \equiv 0$ ද සොයන්න.

$U_3 \equiv 0$ හා $\ell_1 \equiv 0$ හි ඡේදන ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ ද, $\ell_2 \equiv 0$ සරල රේඛාව ස්පර්ශ කරමින් ද, $U_3 \equiv 0$ සරල රේඛාව මත කේන්ද්‍රය පිහිටියා වූ වෘත්ත දෙකක් පිහිටිය හැකි බව පෙන්වන්න. එම වෘත්ත වල සමීකරණ සොයන්න.

ඉහත වෘත්ත දෙකටම ප්‍රලම්භ වන පොදු වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය $\ell_1 \equiv 0$ මත පිහිටන බව පෙන්වන්න. තවදුරටත් එම පොදු ප්‍රලම්භ වෘත්තය $U_1 \equiv 0$ හා $U_2 \equiv 0$ රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ ගමන් කරයි නම් ප්‍රලම්භ වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

17. (a) $\sin x + \sin^2 x = 1$ නම්, $\cos^{12} x + 3\cos^{10} x + 3\cos^8 x + \cos^6 x - 1 = 0$ බව පෙන්වන්න.

- (b) $11\cos^2 x + 16\sin x \cos x - \sin^2 x$ ප්‍රකාශනය, $10 \cos(2x - \alpha) + 5$ ආකාරයට ලබා ගන්න. මෙහි $\alpha = \tan^{-1} 4/3$ වේ.

$$E = 10 \cos(2x - \alpha) + 5 \text{ නම් } x \text{ වල පරාසය } 0 \leq x \leq \pi \text{ තුළ}$$

(i) $E = 0$

(ii) E උපරිම අගය

(iii) E අවම අගය, යන අගයන්ට අදාළ වන x වල අගයන් සොයන්න.

$0 \leq x \leq \pi$ පරාසය තුළ E හි දළ සටහනක් අඳින්න. එමගින් $E = K$ වන විට විසඳුම් තුනක් තිබීමට E හි අගය හෝ අගයන් ගණනය කරන්න.

- (c) $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y + \sin^{-1} z = \pi$ නම් $x^4 + y^4 + z^4 + 4x^2 y^2 z^2 = 2(x^2 y^2 + y^2 z^2 + z^2 x^2)$ බව පෙන්වන්න.

- (d) සයින් නියමය ප්‍රකාශ කරන්න. ABC ත්‍රිකෝණයක $b+c = 3a$ නම් $\cot \frac{B}{2} \cot \frac{C}{2} = 2$ බව පෙන්වන්න.



සියලු ම විමසීම ඇවිරිණි.



ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

10 S II

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2019 ජුනි

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Maths II

13 ශ්‍රේණිය

පැය 03
03 hours

නම :

උපදෙස් :

- * මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- * A කොටස
සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- * B කොටස
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- * නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස, B කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- * ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංක	ලැබූ ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ:	1
	2
අධීක්ෂණය	

A කොටස

01. දෙකෙළවර වැසූ ස්කන්ධය M වන දිග $2l$ වන පුමට තුනී සිලින්ඩරාකාර PQ තලයක් පුමට තිරස් තලයක් මත තිසලව ඇත. තලය තුළ නිදහසේ චලනය විය හැකි ස්කන්ධය m වන බෝලයක් තලය තුළ Q කෙළවරෙහි තබා පද්ධතිය තිසලව තබා ඇත. I ආවේගයක් PQ දිශාවට P කෙළවරට යොදනු ලබයි. තලයට සාපේක්ෂව වීදුරු බෝලයේ චලිතය සලකා වීදුරු බෝලය දෙවන වරට තලයේ මධ්‍ය ලක්ෂය හරහා ගමන් කිරීමට ගතවන කාලය සොයන්න. මෙහි e යනු මෙම වස්තූන් අතර ප්‍රත්‍යාගතී සංගුණකයයි.

02. අවල පුමට කප්පියක් උඩින් වැසී ඇති ලුහු අවිනත්‍ය කභයකින් එක් කෙළවරකට $2M$ ස්කන්ධයක්ද, අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය M වන කුඩයක්ද, එය මත ස්කන්ධය M වන වඳුරෙක්ද සිටියි. ආරම්භයේදී පද්ධතිය තිසලව තිබෙන අතර වඳුරා ක්ෂණිකයකින් කුඩයට සාපේක්ෂව ඒකාකාර u ප්‍රවේගයකින් කභය දිගේ ඉහළට නගින්නට පටන් ගනී. කභයේ ඇතිවන ආවේගී ආතතිය $\frac{Mu}{2}$ බවද කභයේ ප්‍රවේගය $\frac{u}{4}$ බවද පෙන්වන්න.

07. වාමාවර්ත දිශාවට ලක්ෂ අංකනය කර ඇති පාදයක දිග a වූ ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක පාද AB , AC හා CB දිශාවන්ට පිළිවෙලින් P , $3P$ හා $2P$ බල යොදා ඇත. වාමාවර්ත දිශාවට යොදා ඇති විශාලත්වය $4\sqrt{3} Pa$ බල යුග්මයක්ද එම පද්ධතියේ ක්‍රියා කරයි. මෙම පද්ධතිය සමතුලිත කරවීමට යෙදිය යුතු තනි බලයේ විශාලත්වයත්, එහි ක්‍රියා රේඛාවට A සිට AB රේඛාව ඔස්සේ ඇති දුරද සොයන්න.

08. බර w දිග $2a$ වූ ඒකාකාර සිහින් AB දණ්ඩක් A කෙළවර සර්වභූත සංගුණකය μ වන රළු තිරස් පෘෂ්ඨයක් මත තබා B කෙළවරට සැහැල්ලු අවිකාන්ත තන්තුවක් ඇඳ එය දණ්ඩට ලම්බක වන පරිදි සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ දණ්ඩ තිරසර θ කෝණයක් ආනත වන පරිදිය. දණ්ඩේ සමතුලිතතාවය සඳහා $\mu \geq \frac{\sin 2\theta}{3 - \cos 2\theta}$ බව පෙන්වන්න.

09. සිසුවකු සිය නිවසේ සිට පාසලට පැමිණීම සඳහා දුම්රියෙන්, බස්රියෙන් හෝ වෙනත් ක්‍රමයකින් යාමේ සම්භාවිතා පිළිවෙළින් $\frac{2}{15}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{15}$ වේ. සිසුවා ප්‍රමාද වීමේ සම්භාවිතා දුම්රියෙන්, බස්රියෙන් හෝ වෙනත් ක්‍රමයකින් යන විට පිළිවෙළින් $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{14}$ වේ.

- (i) සිසුවා පාසලට යාමේදී ප්‍රමාද වීමේ සම්භාවිතාවය සොයන්න.
 (ii) පාසලට සිසුවා ප්‍රමාද වී පැමිණෙන්නේ නම් ඔහු වෙනත් ක්‍රමයකින් ගමන් කිරීම, වීමේ සම්භාවිතාවය සොයන්න.

10. ගණිත අංශයෙන් උසස් පෙළ විභාගයට පෙනී සිටි A හා B සිසුන් දෙදෙනෙකුගේ ප්‍රධාන විෂයයන් තුන සඳහා ලබාගත් ලකුණු සහ විෂයයන් වල මධ්‍යන්‍යයන් හා විචලතාවයන්

ශිෂ්‍යයා	සංයුක්ත ගණිතය	භෞතික විද්‍යාව	රසායන විද්‍යාව
A	66	80	60
B	75	72	55
මධ්‍යන්‍යය	44	55	50
විචලතාව	324	256	225

පහත වගුවේ දැක්වේ. එක් එක් සිසුන්ගේ Z ලකුණු දශමස්ථාන දෙකකට ගණනය කරන්න.

සියලු ම විවිධම ඇවිරිණි.



ආනන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 10

10 S II

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2019 ජූනි

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු

සංයුක්ත ගණිතය II

Combined Maths II

13 ශ්‍රේණිය

* B කොටසින් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

B කොටස

11. (a) h උසැති ක්‍රීඩකයෙක් ඔහුගේ හිස මට්ටමෙහි වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට α ආරෝහණ කෝණයකින් බෝලයක් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. අංශුව තිරස් පොළොව මත ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයේ සිට 2h තිරස් දුරකින් පතිත වේ. ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගය g, α හා h ඇසුරින් සොයන්න.

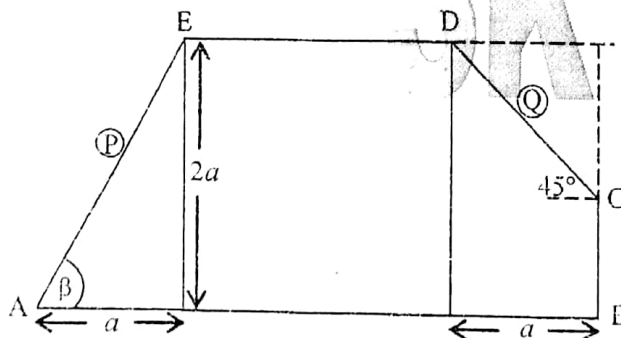
(i) t කාලයකට පසු අංශුවේ O සිට ආරෝහණ කෝණය θ වන අතර අංශුවේ ප්‍රවේගයේ තිරසර ආනත කෝණය γ වේ. $2 \tan \theta = \tan \gamma + \tan \alpha$ බව පෙන්වන්න.

(ii) අංශුව බිම පතිත වන විට එහි චලිත දිශාව තිරසර සමග β, කෝණයක් සාදයි නම් $\tan \beta = 1 + \tan \alpha$ බවද පෙන්වන්න.

- (b) අහස් යානයකට නිශ්චල වාතයේ V නියත වේගයෙන් පියාසර කළ හැකි අතර, සුළඟ රහිත විට එයට ABC තිරස් සමපාද ත්‍රිකෝණයක ආකාරයේ මාර්ගයක් සම්පූර්ණයෙන් ගෙවා යාමට T කාලයක් ගතවේ. AB ට ලම්භ දිශාවකට KV වේගයක් සහිත තිරස් සුළඟක් හමන විටදී යානය එම මාර්ගයේම පියාසර කරයි. මෙය $K < 1$ වේ. AB, BC, CA එක් එක් පෙත දිගේ චලනය සඳහා ප්‍රවේග එකම ත්‍රිකෝණයක අඳින්න. මෙම පෙත දිගේ පියාසර කරන විට යානයේ පොළොවට සාපේක්ෂව පිළිවෙලින් ප්‍රවේග වූ u, v, w නම් u, v, w සොයා $v + w = V\sqrt{4 - K^2}$ සහ $vw = V^2(1 - K^2)$ බව පෙන්වන්න.

එම සුළඟ ඇතිවිට ගමන් මාර්ගය සම්පූර්ණයෙන් ගෙවා යාමට ගන්නා කාලය, $T \left[\frac{\sqrt{1 - K^2} + \sqrt{4 - K^2}}{3(1 - K^2)} \right]$ බවද පෙන්වන්න.

12. (a)



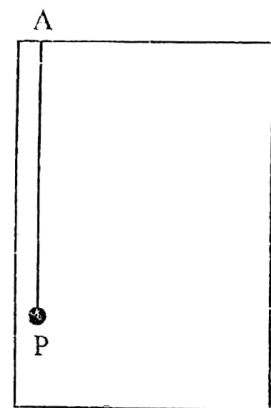
රූපයේ ABCDE ලෙස දැක්වෙන්නේ ස්කන්ධය M වූ ඒකාකාර සුමට කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය වශයෙන් වූ සිරස් හරස්කඩකි. එහි AE හා DC මුහුණත් තිරසර β සහ $\pi/4$ කෝණවලින් ආනත වේ. AB අඩංගු මුහුණත සුමට තිරස් තලය මත තබා ඇත. ස්කන්ධය m බැගින් වූ P හා Q අංශු දෙකක් පිළිවෙලින් AE හා DC මුහුණත් මත E හා D ආසන්නයේ තබා පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදාහරියි. කුඤ්ඤයේ ත්වරණයේ විශාලත්වය හා එක් එක් අංශුවල කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂ ත්වරණවල විශාලත්ව තිරූපණය කිරීමට චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න. කුඤ්ඤයේ ත්වරණයද, කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂ අංශුවල ත්වරණවල විශාලත්වද නිර්ණය කරන්න.

(b) ස්කන්ධය m වන P අංශුවක් දිග $2a$ වන සැහැල්ලු අවිනාශ තන්තුවක එක් කෙළවරකට ගැටගසා ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර අවල සුමට තිරස් මේසයකට $2a$ දුරක් ඉහළින් වූ අවල O ලක්ෂ්‍යයකට සවිකර ඇත. A යනු $OA = 2a$ වන පරිදි O ට සිරස්ව ඉහළින් ද $OC = 2a$ වන පරිදි O ට සිරස්ව පහළින් මේසය මත වූ ලක්ෂ්‍යය C ද වේ. ආරම්භයේ P අංශුව A හිදී තිබියදී $\sqrt{24ga}$ තිරස් ප්‍රවේගයක් ලැබීම නිසා වෘත්තාකාර මාර්ගයක ගමන් කරයි. ස්කන්ධය $2m$ වන Q අංශුවක් $2\sqrt{2ga}$ නියත වේගයෙන් මේසය මත චලනය වී P අංශුව C හි ඇතිවිට, P හා Q සරළ ගැටුමක යෙදේ. ගැටෙන අවස්ථාවේදී P හා Q ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට චලනය වෙමින් පවතී. අංශු අතර ප්‍රත්‍යාගතී සංගුණකය e නම් ගැටුමට මොහොතකට පසු P හි වේගය $4e\sqrt{2ga}$ බව පෙන්වන්න.

ගැටුමෙන් යම් වෙලාවකට පසු OP තන්තුව OA උඩු සිරස සමග θ සූඵ කෝණයක් සාදයි නම් එම අවස්ථාවේදී තන්තුවේ ආතතිය m, g, θ, e ඇසුරින් සොයන්න.

ගැටුමෙන් පසු P අංශුව O වටා සම්පූර්ණ වෘත්තයක් ගෙවා යාමට නම් e ට තිබිය යුතු අඩුතම අගය සොයන්න.

13. තිරස් රේඛීය මගක චලනය වන උත්තෝලකයක සිරස් බිත්තියක අභ්‍යන්තරයෙහි ඉහළ A ලක්ෂ්‍යයකදී ස්වාභාවික දිග ℓ වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක කෙළවරක් සවිකර අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් සවිකර ඇත. උත්තෝලකය ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් චලිත වනවිට අංශුව ඉදිරි සිරස් බිත්තියෙහි යන්තමින් ස්පර්ශ වෙමින් තන්තුව $\frac{3\ell}{2}$ දුරක් ඇදී පවතියි නම් තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය සොයන්න.



P අංශුව හා උත්තෝලකයේ පසුපස සිරස් මුහුණත අතර ස්පර්ශ සංගුණකය $\frac{1}{2}$ නම් උත්තෝලකය ඉදිරියට $2g$ නියත ත්වරණයකින් ඉදිරියට යාමට පටන් ගත් විටම P අංශුව සහිත තන්තුවට තවත් 2ℓ විතනියක් ඇතිවන සේ පහළට ඇඳ අතහරියි. මෙම අවස්ථාවේදී P හි සිරස් චලිතය සලකා P හි ඉහළට ත්වරණය $\ddot{x}$ නම්,

$$\ddot{x} + \frac{2g}{e}(x - \ell) = 0 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

චලිතය ආරම්භ කළ මොහොතේ සිට $t_1 = \sqrt{\frac{\ell}{2g}} \left(\frac{2\pi}{3} \right)$ කාලයකට පසුව උත්තෝලකය තමා ලබාගන්නා නියත ප්‍රවේගයෙන් නැවත චලනය වන්නේ නම් එම අවස්ථාවේ තන්තුවේ විතනිය සොයන්න.

තවද P අංශුව චලිතය ආරම්භ වී $t = \sqrt{\frac{\ell}{2g}} \left[\frac{2\pi}{3} + \sin^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \right]$ කාලයකට පසුව සරළ අනුවර්තීය චලිතයෙන් නික්මෙන බව පෙන්වන්න.

14. (a) (i) ABC ත්‍රිකෝණයේ AM මධ්‍යස්ථයකි. නිත් ගුණනය භාවිතයෙන් $2AM^2 + 2BM^2 = AB^2 + AC^2$ බව සාධනය කරන්න.

(ii) O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් P, Q ලක්ෂ්‍ය දෙකෙහි පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{p}$, $\underline{q}$ වේ. PQ රේඛාව $\lambda : \mu$ අනුපාතයෙන් බෙදෙන R ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න. මෙහි λ , μ ධන අදිශයන් වේ.

O මූලයට සාපේක්ෂව A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික අනුපිළිවෙලින් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ වේ.

$\overrightarrow{OP} = 4 \overrightarrow{OB}$ වන පරිදි P ලක්ෂ්‍යයද, AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය Q ද, $OQ : QR = 5 : 3$ වන පරිදි R ද පිහිටයි. $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ ඇසුරින් $\overrightarrow{OQ}$, $\overrightarrow{OR}$, $\overrightarrow{AR}$ සහ $\overrightarrow{RP}$ ලබාගන්න.

එනමින් AP මත R පිහිටන බව හා $AR : RP$ අනුපාතය සොයන්න.

$\overrightarrow{OS} = \mu \overrightarrow{OQ}$ වන පරිදි S ලක්ෂ්‍යයක් සලකමු. PS, BA ට සමාන්තර නම් μ හි අගය සොයන්න.

(b) ABCD යනු $AB = BD = \frac{\ell}{\sqrt{2}}$ ද, $AD = \ell$ ද වන පරිදි AB තිරස්වන ලෙස හා වාමාවර්තව සලකන ලද සමාන්තරාස්‍රයකි. C ලක්ෂ්‍යයේ සිට BD ට සමාන්තර රේඛාවක් අඳිනු ලබන්නේ දික්කල AD රේඛාව E ලක්ෂ්‍යයේදී ඡේදනය වන පරිදිය. AB, AD, BD, CB, CD, DE, EC පාද ඔස්සේ අක්ෂර මගින් දැක්වෙන අනුපිළිවෙලට විශාලත්වය $2N$, $6\sqrt{2}N$, $2N$, PN , QN , $4\sqrt{2}N$ හා $1N$ වන බල පද්ධතියක් ක්‍රියා කරයි.

(i) පද්ධතිය BD ඔස්සේ තනි බලයකට තුල්‍ය වේ නම් P, Q බලයන් සොයන්න. තනි බලයේ විශාලත්වය ගණනය කරන්න.

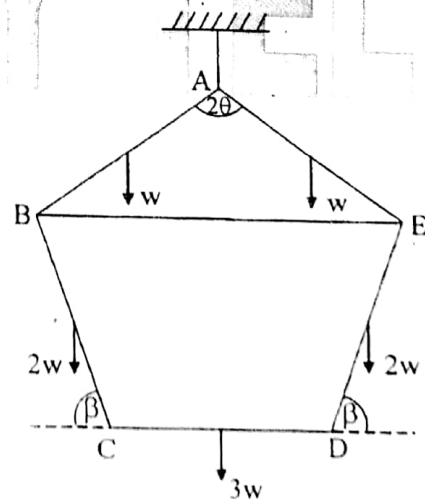
(ii) පද්ධතිය සමතුලිත වන පරිදි B හිදී (i) කොටසෙහි දැක්වූ පද්ධතියට එකතු කළයුතු තිරස් හා සිරස් බල සොයන්න.

(iii) ඉහත (i) කොටසෙහි වූ පද්ධතියේ වන P, Q බල විශාලත්වයන් නොවෙනස්ව දිශාවන් පමණක් ප්‍රත්‍යාවර්ථ කෙරේ නම් නව පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය සහ එහි ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න.

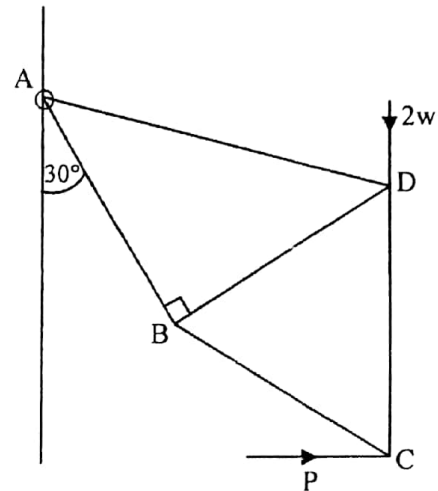
15. (a) AB, BC, CD, DE හා EA ඒකාකාර බර දැවු පහක් ඒවායේ කෙළවර වලින් සුමට ලෙස සන්ධි කර රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ABCDE පංචාස්‍රයක හැඩයේ රාමු සැකිල්ලක් සාදා ඇත. AB හා AE දැවු එක එකක දිග $2a$ හි බර w වේ. BC, CD, DE දැවු එක එකක දිග $2b$ හා බර පිළිවෙලින් $2w$, $3w$ හා $2w$ වේ.

$\angle BAE = 2\theta$, DE තිරස් සමග β ආනත වේ. BE හා BD සැහැල්ලු දැවු දෙක B, E, D ලක්ෂ්‍යවලට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. A සන්ධියෙන් නිදහස් ලෙස ඵල්ලා ඇති රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමමිතිකව සමතුලිතව පිහිටයි.

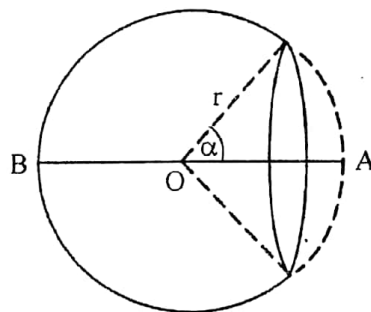
C සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් හා සිරස් සංරචක සොයන්න. සැහැල්ලු දැවු දෙකෙහි තෙරපුම සෙවීම සඳහා ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



- (b) රූපයේ දැක්වෙන්නේ අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර AB, BC, CD, DA, BD සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලකි. මෙහි AB, BD, BC, DC දඬු සමාන දිගින් යුතු වේ. රාමු සැකිල්ල A හිදී සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. C, D සන්ධි වලදී පිළිවෙලින් P හා 2w භාරයන් ක්‍රියාකර රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතව ඇත. P නිරස් බලයේ අගය සොයා බෝ අංකනය භාවිතයෙන් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ, ප්‍රත්‍යාබල යන්ත්‍රී අගය ආතති හා තෙරපුම් වශයෙන් වෙන්කර ලියා දක්වන්න.



16. අරය r ද කේන්ද්‍රය O ද පෘෂ්ඨ ඝනත්වය ρ ද වූ ඒකාකාර කුහර ගෝලයකින් රූපයේ දැක්වෙන අයුරින් O සිට $r \cos \alpha$ දුරකින් ගෝලයේ අක්ෂයට ලම්භක වූ තලයකින්, කබොලක් වෙන්කර ඇත.



- (a) (i) ඉතිරි වූ කබොලේ ස්කන්ධය $2\pi r^2 \rho (1 + \cos \alpha)$ බවත්,
 (ii) එහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය OB මත O සිට $\frac{r}{2}(1 - \cos \alpha)$ දුරකින් පිහිටන බවත් පෙන්වන්න.
- (b) ගෝලය තනා ඇති ද්‍රව්‍යයෙන්ම අරය $r \sin \alpha$ හා උස h වූ සෘජු වෘත්ත කුහර සිලින්ඩරයක් ඉහත කබොලේ තල පෘෂ්ඨය හා සමපාත වන පරිදි සම්බන්ධ කර, සංයුක්ත වස්තුවක් සාදා ඇත.
 $\alpha = \cos^{-1} \frac{15}{17}$ නම් මෙම සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය OA රේඛාව මත O සිට

$$\frac{17h^2 + 30rh - 8r^2}{34(4r + h)}$$
 දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.
- (c) මෙම වස්තුවේ ගෝලීය පෘෂ්ඨය සුමට නිරස් තලයක් මත සිලින්ඩරයේ අක්ෂය සිරස් වන පරිදි ස්ථායී සමතුලිතව තැබීමට නම් $17h < 4r$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

17. (a) එක්තරා ආයතනයක් ඖෂධ වර්ග 4 ක් පමණක් නිෂ්පාදනය කරන අතර එම වර්ග එක එකක් $M_i; i = 1, 2, 3, 4$ මගින් නිරූපණය කරමු. එම එක් එක් ඖෂධය මුළු නිෂ්පාදනය තුළ දක්වන සුළඟතාවය (මුළු නිෂ්පාදනයෙන් කොපමණක්ද යන්න) $P(M_i)$ මගින් දක්වමු.

එම ඖෂධයන් තුළ T නම් විෂ රසායනිකයක් ඇතුළත් වියහැකි අතර, කිසිදු ඖෂධ වර්ගයක එම විෂ රසායනිකය ඇතුළත්ව නොතිබීමේ සම්භාවිතාව $15 K; 0 < K < 1$ බව දී තිබේ. තවද $P(M_i) = 2hi$ $0 < h < 1$ බවද තෝරාගත් ඖෂධයක් M_i වනවිට එහි විෂ රසායනිකය ඇතුළත්ව තිබීමේ සම්භාවිතාව $h(2i-1)$ බවද දැන ගැනීමට ලැබී ඇත්නම් K සහ h හි අගය ගණනය කරන්න.

තෝරා ගනු ලබන සාම්පලයක විෂ රසායනය අඩංගු වී ඇති බව දැනගත් විට එය M_j ඖෂධ සාම්පලයක් වීමේ සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න.

මෙම එක් එක් සාම්පලය $M_i; i = 1, 2, 3, 4$ අනුපිළිවෙලින් පරීක්ෂාවට ලක්කළ විට අවම වශයෙන් එක් සාම්පලයක හෝ T විෂ රසායනිකය අඩංගු වේ නම් ඖෂධ තොගයක්ම ගැනුම්කරුවන් විසින් ප්‍රතික්ෂේප කරනු ලැබේ. ඖෂධ තොගයක ප්‍රතික්ෂේප නොවීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

- (b) දෙන ලද ව්‍යාප්තියේ මාතය, මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න. ඒ අනුව ව්‍යාප්තියේ කුටිකතාවයේ ලකුණු ලබාගනිමින් එහි හැඩය ඇඳ දක්වන්න.

x_i	f_i
10 - 20	1
20 - 30	2
30 - 40	4
40 - 50	5
50 - 60	4
60 - 70	3
70 - 80	1

මෙම ව්‍යාප්තියේ අගයන් තවත් දත්ත ව්‍යාප්තියකට පරිණාමනය කළ යුතුව ඇත. එහිදී 40 මුල් ලකුණ 44 නව ලකුණටත් 25 මුල් ලකුණ 32 නව ලකුණකටත් පරිණාමනය කරනු ලැබේ. මෙම අවශ්‍යතාවය ඉටුකර ගතහැකි වන රේඛීය පරිමාණය සොයන්න. එමගින් පැරණි හා නව දත්ත ව්‍යාප්ති සම්බන්ධ කෙරෙන,

- මධ්‍යන්‍යයන් අතර සම්බන්ධයන්
- සම්මත අපගමන අතර සම්බන්ධයන් ව්‍යුත්පන්න කරන්න.

එනමින් නව ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.

